Université de Montréal

La puissance de tests d'ajustement avec
des données censurées

par

Médane Marie-Jeanne
Département d'informatique et de recherche opérationnelle
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M. Sc.)
en informatique

Juin 1989

© Médane Marie-Jeanne, 1989

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

"La puissance de tests d'ajustement avec des données censurées"

présenté par:

Médane Marie-Jeanne

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

M. Roch Roy

président-rapporteur

M. Urs Maag

directeur de recherche

M. Christian Léger

membre du jury

Mémoire accepté le:

SOMMAIRE

Diverses statistiques et procédures ont été présentées afin d'étudier la puissance de tests d'ajustement avec des données tronquées ou censurées. Les statistiques sont celles de Kolmogorov-Smirnov et de Cramér-von Mises, les deux procédures de Dufour (1982) et celles de O'Reilly et Stephens (1988).

Des considérations théoriques ont été faites dans le but de pouvoir comparer la puissance de certains tests tels que ceux de Kolmogorov-Smirnov et de Cramér-von Mises quand les distributions sous l'alternative sont définies sur l'intervalle $(0,1)$. Ces statistiques mesurent une distance entre les distributions théorique et empirique. Intuitivement, il semblerait donc que plus la distribution sous l'alternative est éloignée de celle sous l'hypothèse nulle, meilleure devrait être la puissance. Ce résultat a été démontré, dans le cas fini (échantillon complet et échantillon censuré) pour la statistique de Kolmogorov-Smirnov (D_n^+) .

Des simulations de puissances de tests à l'aide d'échantillons tronqués ou censurés ont montré que les procédures à deux étapes de Dufour (1982) de même que celles de O'Reilly et Stephens (1988) donnaient des puissances, en général, supérieures à celles obtenues avec d'autres procédures. Des vérifications, par calculs exacts, d'une partie de ces simulations sont également présentées.

D'autres comparaisons de puissances de tests quand les distributions sous l'alternative sont définies sur un intervalle quelconque ont été envisagées. Se basant sur les considérations théoriques et les simulations précédentes, nous présentons, à l'aide d'exemples, les comparaisons de puissances pour des distributions sous l'alternative définies sur un intervalle quelconque. Pour les situations décrites ci-dessus, nous n'avons pas à faire toutes les simulations de puissances. Ainsi, cela nous permet une économie de calculs.

TABLE DES MATIERES

Sommaire	iii
Table des matières	iv
Liste des tableaux	vii
Liste des figures	ix
Dédicace	x
Introduction	1
Chapitre I: Statistiques modifiées de Kolmogorov-Smirnov et de Cramér-von Mises et procédures permettant de remplacer l'échantillon tronqué ou censuré par un échantillon complet	5
1. Statistiques modifiées de Kolmogorov-Smirnov et de Cramér-von Mises	5
1.1. Rappels de quelques définitions	5
1.2. Définitions des statistiques modifiées	6
2. Procédures permettant de remplacer un échantillon tronqué ou censuré par un échantillon complet	9
2.1. Echantillon tronqué à droite d'un point fixé p	9
2.2. Echantillon censuré.	11
3. Procédures de transformation	13
3.1. Les transformations de Rosenblatt et leurs inverses	13

3.1.1. Applications à des uniformes ordonnées-échantillons complets	13
3.2. Les transformations T_F et T_B	15
3.3. Application à l'ajustement avec des données censurées à droite de type I (troncation)	16
3.4. Application à l'ajustement avec des données censurées de type II	17
Chapitre II: Comparaisons de puissances pour certaines alternatives sur l'intervalle (0,1)	19
1. Evidence empirique	20
2. Cas fini. La statistique de Kolmogorov-Smirnov (D_n^+) Echantillon complet	21
3. Cas fini. La statistique de Kolmogorov-Smirnov (D_n^+). Echantillon censuré	26
4. Conjectures	28
4.1. Statistiques de Kolmogorov-Smirnov (D_n) et de Cramér-von Mises (W_n^2) dans le cas fini	28
4.2. Cas tronqué pour la statistique de Kolmogorov-Smirnov (D_n^+)	31
Chapitre III: Présentation de la simulation de puissances de tests d'ajustement	33
1. Démarches pour la simulation	33
1.1. Les distributions considérées sous l'hypothèse alternative	34
1.2. Les paramètres des simulations	34
2. Vérifications par des calculs exacts	36
2.1. Cas où l'échantillon est tronqué	36
2.2. Cas où l'échantillon est censuré	38

3. Présentation de certains résultats et commentaires	41
3.1. Procédure (R-Y). Cas de la troncation	41
3.2. Procédure (B-U). Cas de la censure	46
3.3. Résultats des puissances expérimentales	46
3.3.1. Troncation	47
3.3.2. Censure	51
Chapitre IV: Comparaisons de puissances pour des alternatives sur un intervalle	
quelconque	55
1. Transformations des domaines de définition	56
2. Comparaisons de puissances avec des alternatives standard et	
comparaisons relatives avec diverses alternatives	59
3. Exemples et commentaires	59
Conclusion	68
Bibliographie	69
Remerciements	72