

T H E S E

présentée à la

FACULTE DES SCIENCES DE GRENOBLE

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES

par

JEAN LUC JOLY

-----7:--

UNE FAMILLE DE TOPOLOGIES ET DE CONVERGENCES
SUR L'ENSEMBLE DES FONCTIONNELLES CONVEXES

Thèse soutenue le 19 octobre 1970, devant la Commission d'Examen

MM. J. KUNTZMANN Président

N. GASTINEL

M. MOREAU

P.J. LAURENT

Examineurs

BIBLIOTHEQUE DU CERIST

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE - I - NOTIONS DE BASE CONCERNANT LES FONCTIONNELLES CONVEXES

| | |
|---|----|
| 1) Introduction ----- | 1 |
| 2) Fonctionnelles convexes ----- | 3 |
| 3) Fonctionnelles semi-continues inférieurement ----- | 7 |
| 4) Fonctionnelles inf-localement compactes ----- | 9 |
| 5) Continuité et compacité ----- | 14 |
| 6) Inf-convolution ----- | 18 |
| 7) Sous-différentiabilité ----- | 25 |

CHAPITRE - II - UNE FAMILLE DE TOPOLOGIES COMPATIBLES AVEC LA POLARITE

| | |
|--|----|
| 1) Introduction ----- | 29 |
| 2) La topologie $I(T)$ ----- | 31 |
| 3) La topologie $S(T')$ ----- | 34 |
| 4) Les topologies $[T, T'^*]$ et $[T', T^*]$ ----- | 36 |

CHAPITRE - III - LIMITES INFERIEURES ET SUPERIEURES

| | |
|---|----|
| 1) Introduction ----- | 42 |
| 2) Ensembles limites associés à une suite d'ensembles convexes ----- | 45 |
| 3) Effet de la polarité ----- | 51 |
| 4) Espaces de Fréchet ----- | 59 |
| 5) Quelques exemples ----- | 63 |
| 6) Fonctionnelles limites associées à une suite de fonc- tionnelles convexes ----- | 74 |
| 7) Effet de la polarité ----- | 78 |

CHAPITRE - IV - RESULTATS DE STABILITE POUR LA SOMME ET L'INF-CONVOLUTION

| | | |
|----|---|-----|
| 1) | Enoncé du problème et plan du chapitre ----- | 93 |
| 2) | Une première condition suffisante ----- | 96 |
| 3) | Codistance dans un espace normé ----- | 101 |
| 4) | Expression duale de la codistance ----- | 106 |
| 5) | Cas d'un espace localement convexe ----- | 120 |
| 6) | Suite de somme de fonctionnelles convexes ----- | 124 |

CHAPITRE - V - QUELQUES EXEMPLES D'APPLICATION

| | | |
|----|--|-----|
| 1) | Résultats de convergence pour une suite de problèmes d'optimisation ----- | 135 |
| 2) | Approximation d'un problème par des problèmes en dimension finie ----- | 158 |
| 3) | Perturbations de certaines inéquations variationnelles simples ----- | 165 |
| 4) | Convergence de fonctions-spline définies dans un convexe ----- | 168 |
| 5) | Problèmes de meilleure approximation ----- | 175 |