

THESE

présentée à

**Université Scientifique et Médicale de Grenoble
Institut National Polytechnique de Grenoble**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR ès SCIENCES
MATHÉMATIQUES**

par

Pierre MARTIN



**ENUMERATIONS EULERIENNES
DANS LES MULTIGRAPHES
ET INVARIANTS DE TUTTE - GROTHENDIECK**



Soutenue le 19 mars 1977 devant la Commission d'Examen :

Président : J. KUNTZMANN

Rapporteur : H. RAYNAUD

Examineurs : C. BENZAKEN

M. CHEIN

M. LAS VERGNAS

TABLE

CHAPITRE I : ALGORITHME D'ENUMERATION DES CYCLES EULERIENS DANS LES MULTIGRAPHERS FINIS	7
1. Définitions	9
2. Définition des cycles eulériens dans les multigraphes	11
3. Opération de réduction	14
4. Opération de décomposition	17
5. Décomposition d'un graphe normalisé d'indice de connexité 2 en composantes normalisées 4-arête-connexes	20
6. Algorithme de dénombrement	30
CHAPITRE II : INVARIANT EULERIEN DANS LES GRAPHERS 4-REGULIERS	31
1. Bidécompositions distributives	32
2. Un invariant des graphes 4-réguliers	36
3. Bidécomposition eulérienne	43
4. Propriétés numériques de $P(G,x)$	47
CHAPITRE III : POLYNOMES ASSOCIES A DES DENOMBREMENTS EULERIENS PARTIELS DANS LES GRAPHERS 4-REGULIERS	49
1. Polynôme $\Pi(G ,x)$	51
2. Invariance topologique de $\Pi(G ,x)$	59
3. σ -bidécompositions et σ -cycles	65
4. Dénombrement des circuits eulériens dans les graphes 4-réguliers pseudo-symétriques	68
5. Valuation remarquable des polynômes $\Pi(G,x)$	79
6. Dénombrement de sous-ensembles de cycles eulériens définis par conditions locales	82
7. Extension de la propriété de raffinabilité de la réduction	89

CHAPITRE IV : A PROPOS DE L'ENUMERATION DES CYCLES EULERIENS DANS LES GRAPHES 6-REGULIERS, GENERALISATION DES INVARIANTS DE TUTTE-GROTHENDIECK AUX MODULES ET AUX ALGEBRES	103
1. Dénombrement des cycles eulériens dans les graphes 6-réguliers	105
2. Modules et algèbres de Tutte-Grothendieck	116
3. $\mathbb{Z}$ -multidécomposition dans les graphes bipartis	127
CONCLUSION	131
PROBLEMES OUVERTS	133
ANNEXE 1 : Valeurs des polynômes P et Π pour les graphes d'ordre inférieur ou égal à 6	137
ANNEXE 2 : Polynomialité des algorithmes de dénombrement mentionnés au Chapitre I	141
BIBLIOGRAPHIE	147
INDEX	151