

THESE

présentée à

**Université Scientifique et Médicale de Grenoble
Institut National Polytechnique de Grenoble**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE 3^{ème} CYCLE
MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES
ANALYSE NUMÉRIQUE**

par

Maria-Isabel CHENIN - MORDOJOVICH



**RESOLUTION NUMERIQUE
DES EQUATIONS DES ONDES LONGUES
DANS UN RESEAU DE CARACTERISTIQUES**



Thèse soutenue le 26 juin 1980 devant la Commission d'Examen :

Président : Madame F. Chatelin

Examineurs : Messieurs N. Gastinel
C. Le Provost

Invités : Messieurs A. Preissmann
A. Temperville

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION -----	1
PREMIERE PARTIE : LE PROBLEME A UNE VARIABLE D'ESPACE	
CHAPITRE I : LA METHODE DE MASSAU -----	7
I.1. : Les équations des ondes longues -----	7
I.2. : Le problème unidimensionnel -----	8
a) La géométrie du bassin	
b) Les conditions initiales	
c) Les conditions aux limites	
d) Les équations	
I.3. : Les courbes et relations caractéristiques -----	10
a) Le problème de Cauchy	
b) Les courbes caractéristiques	
c) Les relations caractéristiques	
d) Domaines de définition, de dépendance, d'influence	
I.4. : La transformation Hodographe -----	13
a) La transformation hodographe	
b) Les frontières dans le nouveau système de coordonnées	
c) Les équations, les conditions initiales et aux limites dans le nouveau système de référence -----	15
I.5. : La discrétisation. La méthode de Massau -----	17
a) Notations	
b) La discrétisation	

CHAPITRE II : LA STABILITE DANS LE DOMAINE DE DEFINITION DES CONDITIONS INITIALES -----	21
II.1. : Les espaces des fonctions et leurs normes. Définition de la stabilité -----	21
a) Les espaces normés	
b) Définitions de stabilité	
II.2. : Le procédé de calcul. Notations. Les matrices A et B -	23
II.3. : Quelques propriétés des matrices A et B : Proposition I	25
II.4. : Etude de $ A^n \Delta w^n $ -----	30
II.5. : Définition de l'ensemble $\Phi_{\theta, \epsilon}$. Proposition II -----	33
II.6. : Etude de $ A^n \Delta \Delta w^n $ -----	36
II.7. : Théorème de stabilité -----	40
II.8. : Généralisation du théorème -----	44
II.9. : Difficultés de l'étude de la stabilité au-delà du domaine de définition des conditions initiales -----	49
a) Le problème	
b) La méthode utilisée	
c) Le cas de la réflexion totale	
CHAPITRE III : EXPERIENCES NUMERIQUES -----	55
III.1. : Introduction -----	55
III.2. : Les programmes -----	55
III.3. : Les résultats numériques -----	58
a) La solution exacte de Temperville	
b) Les résultats numériques avec une condition de perméabilité	
c) Les résultats numériques avec une condition de réflexion	

DEUXIEME PARTIE : LE PROBLEME A DEUX VARIABLES D'ESPACE

CHAPITRE IV : SUR LES METHODES DE CARACTERISTIQUES A DEUX VARIABLES

D'ESPACE -----	75
IV.1. : Les surfaces et relations caractéristiques -----	75
a) Généralités	
b) Interprétation géométrique du système totalement hyperbolique	
IV.2. : Application aux équations des ondes longues -----	79
a) Le problème	
b) Les deux familles de surfaces caractéristiques	
c) Les relations caractéristiques	
d) Domaines de dépendance, d'influence et de définition	
e) Conditions aux limites	
IV.3. : Les méthodes de calcul à maillage régulier qui utilisent les caractéristiques -----	90
a) Les méthodes de bicaractéristiques	
b) Les méthodes du plan de référence	
IV.4. : Les méthodes de calcul dans un réseau de caractéristiques	95
a) Généralités	
b) Une méthode particulière	
IV.5. : Condition de stabilité de COURANT-FRIEDRICHS et LEWY	
Conclusions -----	107
a) La condition de COURANT-FRIEDRICHS et LEWY	
b) Conclusions	