

THESE

présentée à

**Université Scientifique et Médicale de Grenoble
Institut National Polytechnique de Grenoble**

pour obtenir le grade de
DOCTEUR-INGENIEUR

par

Zaher MAHJOUB



**EXPERIMENTATION
DE STRATEGIES ITERATIVES CHAOTIQUES
SUR DES PROBLEMES DE POINT FIXE
A GRAND NOMBRE DE VARIABLES**



Thèse soutenue le 26 mai 1977 devant la Commission d'Examen

Président : N. GASTINEL

Examineurs : M. DUC-JACQUET

A. LATROBE

J.C. MIELLOU

F. ROBERT

P L A N

<u>INTRODUCTION</u>	7
<u>PARTIE A</u>	11
<u>CHAPITRE I : ETUDE THEORIQUE DES ITERATIONS CHAOTIQUES - RESULTATS RECENTS</u>	
1. Introduction - Contraction en norme vectorielle	13
a) Définition	
b) Théorème de contraction - Point fixe	
c) Méthode de G.S. - Relaxation	
d) Cas linéaire	
2. Itérations chaotiques	16
a) Définition	
b) Convergence	
c) Relaxation	
d) Le cas particulier de la méthode de Southwell	
e) Convergence monotone	
3. Relaxation chaotique à retards	22
a) La norme $\ \cdot \ _{V,T}$ - Contraction	
b) Suites R-chaotiques	
c) Algorithme RCR	
d) Convergence des algorithmes RCR	
e) Illustration pratique	
4. Algorithmes secondaires de contrôle	26
a) Contrôle de la convergence	
b) Algorithmes explicites	
5. Méthodes itératives asynchrones pour multiprocesseurs	28
a) Définition des méthodes asynchrones	
b) Convergence	
c) Exemples	
Conclusion	

CHAPITRE II : STRATEGIES ITERATIVES CHAOTIQUES -----	31
. Introduction : Le problème de la stratégie "optimale" -----	33
. Rappel	
I - Stratégies automatiques -----	35
1. Techniques cycliques	
a) <i>Techniques de permutation</i>	
b) <i>Techniques de répétition</i>	
2. Techniques non cycliques	
II - Stratégies interactives -----	39
Le Système SYGESIC	
1. Support informatique -----	40
2. Description de SYGESIC -----	41
2.0 Introduction	
2.1 Compatibilité des données	
2.2 Constitution d'un fichier "ENTREE"	
2.3 Introduction des fonctions	
2.4 Programme principal	
2.4.1 Etape préliminaire	
2.4.2 Etape calcul	
a) <i>Choix du mode de balayage</i>	
b) <i>Choix des stratégies de calcul</i>	
c) <i>Représentation des écarts relatifs</i>	
d) <i>Partage de D_{hk} en zones</i>	
e) <i>Représentation de la courbe des écarts</i>	
f) <i>Représentation de la fonction U</i>	
g) <i>Poursuite/arrêt</i>	
Conclusion	

<u>PARTIE B</u>	65
<u>CHAPITRE I : UNE FAMILLE DE PROBLEMES DE POINT FIXE NON LINEAIRES</u>	65
I - Position du problème	67
0. Introduction	
1. Le problème initial	
2. Première transformation	
3. Seconde formulation	
II - Expérimentations	71
1. Première série d'expériences	71
a) <i>Le problème</i>	
b) <i>Résultats</i>	
c) <i>Commentaires</i>	
2. Deuxième série d'expériences	74
a) <i>Le problème</i>	
b) <i>Résultats</i>	
α) <i>Etude des suites chaotiques</i>	
β) <i>Comparaisons - Conclusions</i>	
c) <i>Les techniques cycliques de permutation</i>	
d) <i>Relaxation</i>	
3. Conclusions générales	89
<u>CHAPITRE II : UNE FAMILLE DE PROBLEMES DE POINT FIXE LINEAIRES</u>	91
1. Position du problème	93
2. Contraction - Convergence	93
3. Stratégies chaotiques	95
4. Première série de résultats	98
a) <i>Résultats</i>	
b) <i>Analyse des résultats</i>	

5. Deuxième série de résultats -----	100
a) Résultats	
b) Analyse des résultats	
c) Détermination de la "meilleure suite"	
6. Conclusion -----	110
 <u>CHAPITRE III : UN ENSEMBLE DE PROBLEMES LINEAIRES AUX DERIVEES PARTIELLES</u> -	111
I - Le problème du potentiel -----	113
1. Problème - Discrétisation - Convergence -----	113
2. 1er cas - Exemple illustratif -----	115
3. 2e cas - Le problème du point fixe partiel -----	122
a) Introduction	
b) Stratégie interactive	
c) Stratégie automatique	
II - Le problème de la torsion d'un cylindre uniforme -----	127
1. Equations -----	127
2. Discrétisation convergence -----	127
3. Cas n° 1 - Le domaine D_1 -----	130
a) Méthode de G.S	
b) Méthode automatique MDSE	
4. Cas n° 2 - Le domaine D_2 -----	136
a) Méthode de G.S	
b) Méthode automatique MDSE	
c) Les suites S	
d) Comparaisons	
5. Cas n° 3 - Le domaine D_3 -----	138
a) Méthode de G.S	
b) Méthode automatique	
c) Comparaisons	

6. Conclusions sur $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$ -----	141
7. Cas n° 4 - Le domaine $\mathcal{D}_4$ -----	142
a) Méthode de G.S	
b) Stratégies automatiques MDSE	
c) Méthode interactive de partage en zones	
d) Comparaisons - Conclusions	
e) Influence du mode de balayage	
f) Influence de la forme du domaine - Conclusion	
<u>CONCLUSION</u> -----	167
<u>ANNEXE</u> : Déroulement d'une expérimentation avec SYGESIC -----	171
<u>BIBLIOGRAPHIE</u> -----	223