

UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

PARIS VI



THESE

présentée par

Karim ABBAOUI

Pour obtenir le titre de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS VI

dans la spécialité MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Sujet de la thèse:

LES FONDEMENTS MATHEMATIQUES
DE LA METHODE DECOMPOSITIONNELLE
D'ADOMIAN

ET

APPLICATION A LA RESOLUTION
DE PROBLEMES ISSUS DE LA BIOLOGIE
ET DE LA MEDECINE

Thèse soutenue le 04 octobre 1995

Devant le Jury composé de:

Mr Y. CHERRUAULT (Paris VI)

Mr G. ADOMIAN (U.S.A.)

Mr R. ALT (Paris VII)

Mr M. DUVELLEROY (Paris VII)

Mr W. J. FITZGERALD (Cambridge)

Mr A. MEULEMANS (Paris VII)

INTRODUCTION

INTRODUCTION GÉNÉRALE	9
-----------------------------	---

PARTIE I

CHAPITRE 1

PRESENTATION DE LA METHODE DECOMPOSITIONNELLE ET DE QUELQUES RAPPELS DE L'ANALYSE COMBINATOIRE

1.1 Introduction	15
1.1.1. La méthode décompositionnelle	15
1.2. présentation de la méthode.....	19
1.3. Rappel des résultats déjà obtenus.....	22
1.3.1 Rappels de quelques formules donnant les A_n	22
1.4. Rappel de quelques résultats de convergence.....	24
1.5. Rappel de quelques résultats en analyse combinatoire.....	27
1.5.1. Rappel sur les partitions d'entiers.....	27
1.6. Fonctions génératrices de $p(n)$ et $p(n,m)$	29
1.6.1. Calcul de $p(n,m)$ pour des petites valeurs de n et k	29
1.7. Polynômes de Bell.....	33

CHAPITRE 2

LA METHODE DECOMPOSITIONNELLE ET LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES ORDINAIRES

2.1 Introduction	37
2.2. La méthode décompositionnelle appliquée aux équations différentielles ordinaires.....	39
2.3. Convergence de la technique.....	41
2.4.1 Quelques formules donnant les A_n	47
2.4.1. Une formule simple pour les calculs des polynômes d'Adomian	51
2.5. Application à la résolution des équations différentielles ordinaires d'ordre n	55
2.6. Conclusion.....	58

CHAPITRE 3

60

**CONVERGENCE DE LA METHODE DECOMPOSITIONNELLE APPLIQUEE
AUX EQUATIONS NON LINEAIRES.**

3.1 Application à quelques équations non linéaires.....	61
3.2. Convergence de la technique.....	62
3.3. Estimation de l'erreur de troncature.....	65
3.4. Applications numériques.....	65

CHAPITRE 4

70

**CONVERGENCE DE LA METHODE DECOMPOSITIONNELLE DANS LE CAS
GENERAL**

4.1 Introduction.....	71
4.2. Nouvelles formules pour le calculs des A_n	74
4.3. Liste des A_n pour $n=0, \dots, 5$	76
4.4. Résultats de convergence	77
4.5. Estimation de l'erreur de troncature	78
4.6. Conclusion	78

CHAPITRE 5

80

**FORMULES POUR LE CALCULS DES POLYNOMES D'ADOMIAN ASSOCIES
A DES FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES**

5.1 Introduction.....	81
5.2. Polynômes d'Adomian pour une fonction à p variables.....	82
5.3. Une formule simple pour les polynômes d'Adomian à deux variables.....	86
5.4. Polynômes d'Adomian pour une fonction à trois variables.....	89
5.5. Quelques relations entre les polynômes de Bell et les polynômes d'Adomian	93
5.6. Conclusion.....	93

CHAPITRE 6

95

**CONVERGENCE DE LA METHODE DECOMPOSITIONNELLE DANS LE
CADRE DES SYSTEMES D'EQUATIONS DIFFERENTIELLES NON
LINEAIRES**

6.1. Introduction.....	96
------------------------	----

6.2. La méthode décompositionnelle appliquée aux systèmes d'équations différentielles non linéaires.....	97
6.3. Résultats de convergence.....	100
6.4. Théorème fondamental.....	103
6.5. Conclusion.....	104

CHAPITRE 7

LA METHODE DECOMPOSITIONNELLE APPLIQUEE AUX EQUATIONS INTEGRALES

7.1. Application de la méthode à quelques équations intégrales.....	107
7.2. Résultats de convergence.....	108
7.3. Comparaison avec la méthode des approximations successives.....	111
7.4. Applications numériques.....	111
7.5. Conclusion.....	115

CHAPITRE 8

117

LA DECOMPOSITION ASYMPTOTIQUE

8.1. Introduction	118
8.2. Application de la décomposition asymptotique à la recherche de solutions particulières..	119
8.3. Applications numériques.....	121
8.4. Application aux équations aux dérivées partielles.....	122
8.4.1. Application numérique.....	123

Partie II

APPLICATION A LA RESOLUTION DE QUELQUES PROBLEES ISSUS DE LA BIOLOGIE ET DE LA MEDECINE

INTRODUCTION GENERALE	125
-----------------------------	-----

CHAPITRE 9

APPLICATION A LA RESOLUTION DU MODELE DE MARCHUK

9.1. Introduction à l'immunologie et aux modèles de Marchuk.....	129
9.1.1. Concepts généraux, hypothèses et problèmes	129
9.1.2. Les constituants basiques de la réponse immunitaire.....	130
9.1.3. La forme subclinique d'une maladie.....	132

9.1.4. La forme aiguë d'une maladie	133
9.1.5. Interpretation immunologique.....	134
9.1.6. Diagramme canonique d'une maladie.....	135
9.1.7. Biostimulation du système immunitaire.....	136
9.1.8. Problèmes et hypothèses.....	138
9.1.9. Température et réaction de l'organisme	143
9.2. Construction du modèle de Marchuk.....	144
9.2.1. Le modèle mathématique simple d'une maladie infectueuse.....	144
9.2.1. Introduction.....	145
9.2.2. Construction du modèle simple d'une maladie.....	147
9.2.3. Résolution du modèle	153
9.2.4. Conclusion.	156

CHAPITRE 10

APPLICATION A LA RESOLUTION DU MODELE COMPARTIMENTAL DE LA DEGRANULATION DES BASOPHILES

10.1. Introduction.....	159
10.2. construction du modèle.....	160
10.3. Résolution du modèle.....	161

CHAPITRE 11

APPLICATION A LA RESOLUTION DE L'EQUATION GENERALISEE DE MICHAELIS-MENTEN

11.1. Introduction.....	165
11.2. Résolution du modèle.....	166
11.3. Conclusion.....	169

CHAPITRE 12

APPLICATION A LA RESOLUTION DES MODELES DE LOTKA-VOLTERRA

12.1. Introduction.....	171
12.2. Résolution des modèles	170
12.3. Applications numériques.....	177

CHAPITRE 13

APPLICATION A L'IDENTIFICATION ET AU CONTROLE OPTIMAL.

13.1. Application à l'identification.....	181
13.2. Application au contrôle optimal des systèmes.....	183

CONCLUSION GENERALE.....186

REFERENCES

REFERENCES	195
-------------------------	------------