

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DE CONSTANTINE

INSTITUT DE MATHEMATIQUES

**THESE DE DOCTORAT D'ETAT**

ès Sciences Mathématiques

présentée à

L'UNIVERSITE DE CONSTANTINE

par

**Messaoudi Khelifa**

pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences en Mathématiques.

**Spécialité: Mathématiques Fondamentales et Appliquées**

## Stochastic Homogenization of Non Convex Integral Functionals and Ergodic Theory

Soutenue le 27/11/ 1995, devant le Jury composé de:

MM. H.M. KHARROUBI, Professeur, Université d'Oran	Président
H. ATTOUCH, Professeur, Université de Montpellier II	Rapporteur
N. KECHKAR, Maître de Conférence, C.U de Tebessa	Co-Rapporteur
R. BENACEUR, Maître de Conférence, Université de Batna	Examineur
C. LICHT, Professeur, Université de Montpellier II	Examineur
G. MICHAILLE, Maître de Conférence, Université de Montpellier II	Examineur
B. MEROUANI, Maître de Conférence, Université de Sétif	Examineur
H. SISSAOUI, Maître de Conférence, Université de Annaba	Examineur

Thèse préparée au Laboratoire d'Analyse Convexe U.S.T.L.Montpellier II, dans L'équipe de G.Michaille, C.Licht, sous La direction du Professeur Hedy.Attouch.

**Contents****Introduction générale.****Chapter I. Stochastic Homogenization of Non convex Integral Functionals.**

- 1.1 Introduction.
- 1.2 Epi-convergence and Ergodicity.
- 1.3 Notations and preliminary results.
- 1.4 Definition of the process  $\{F_n; F^{\text{hom}}, n \in \mathbb{N}\}$ .
- 1.5 Almost sure epi-convergence of the process  $\{F_n; F^{\text{hom}}, n \in \mathbb{N}\}$ .
- 1.6 A model of random integral functional.
- 1.7 References.

**Chapter II. Ergodic Theory: Some Tools for The Calculus of Variations.  
Application to Stochastic Homogenization of Non convex Integral  
Functionals.**

- 2.1 Introduction.
- 2.2 Notations; additive ergodic theorem.
- 2.3 Almost sure weak convergence of sequence of random Borel measures.
- 2.4 Almost sure weak convergence of sequence of random functions.
- 2.5 Application to stochastic homogenization of non convex integral functionals.
- 2.6 References.

**Chapter III. Non Coercive Random Integral Functionals and Epi-convergence.**

- 3.1 Introduction.
- 3.2 A random integral functional related to the problem of "holes" of Neumann type.
  - 3.2.1 Definition of the integral functional  $F^{\text{hom}}$ .
  - 3.2.2 The main result.
- 3.3 A random integral functional related to the problem of "fissures".
  - 3.3.1 Definition of the integral functional  $F^{\text{hom}}$ .
  - 3.3.2 The main result.
- 3.4 References.

**Chapter IV. Stochastic Homogenization and Duality in The convex Case.**

- 4.1 Introduction.
- 4.2 Preliminaries.
- 4.3 The main result.

4.4. References.

**Chapter V. Open Problems and Partial Results.**

5.1 Numerical approach.

5.2 Random integral functionals in non reflexive case.

5.3 Non equi-bounded random integral functionals in non linear elasticity.

5.4 References.

1995

Messaoudi Khelifa.

Unisersité De Batna

Institut De Sciences Exactes

Département De Mathématiques

**Résumé.** L'objectif des travaux de cette thèse est l'étude par le concept d'épiconvergence du comportement asymptotique des suites de fonctionnelles intégrales aléatoires non nécessairement convexes et non nécessairement coercives. On présente une méthode directe utilisant le théorème ergodique des processus additifs, retrouvant ainsi et précisant un résultat de S. Müller obtenu dans le cas périodique. Dans le cas convexe les variables primales et duales aléatoires sont étudiées. Entre autres, un résultat de convergence faible presque sûre d'une suite de mesures de Borel aléatoires a été établi et a été utilisé pour résoudre les problèmes à "trous" et à "fissures" aléatoires.

**Mots-Clés.** Homogénéisation, Epiconvergence, Théorie Ergdique Des Processus Additifs et Sous Additifs, Dualité.