



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE
FACULTE DE MATHÉMATIQUES

THÈSE DE MAGISTER

Présentée à L'U.S.T.H.B

EN MATHÉMATIQUES

Spécialité : Analyse (E.D.P)

par :

M^{elle} Leila OUKSEL

Thème :

**FONCTION DE COÛT ET CONTRÔLE DES SOLUTIONS
DES EQUATIONS HYPERBOLIQUES**

Soutenue le 05/11/2002, devant le jury composé de :

M ^r - K. LEMRABET,	Professeur, (U.S.T.H.B)	Président
M ^r - D-E. TENIOU,	Professeur, (U.S.T.H.B)	Directeur de thèse
M ^r - M. S. MOULAY,	Professeur, (U.S.T.H.B)	Examineur
M ^r - A. HEMINNA,	Maitre de conférences. (U.S.T.H.B)	Examineur

Table des matières

Notations	1
Introduction et histoire de la théorie du contrôle	2
1 Rappel d'analyse fonctionnelle et notions de contrôlabilité exacte	4
1.1 Quelques éléments d'analyse fonctionnelle	4
1.1.1 Espace $L^p(\Omega)$, $1 \leq p \leq +\infty$	4
1.1.2 Espace $W^{m,p}(\Omega)$ $1 \leq p \leq +\infty$; $m \in \mathbb{N}$	5
1.1.3 Espace $W_0^{m,p}(\Omega)$ $1 \leq p < +\infty$; $m \in \mathbb{N}^*$	6
1.1.4 Espace dual de $W_0^{m,p}(\Omega)$ $1 \leq p < +\infty$; $m \in \mathbb{N}^*$	6
1.1.5 Décomposition spectrale	6
1.1.6 Opérateur elliptique	9
1.1.7 Commutateur	10
1.1.8 Chemin C^1 par morceaux	10
1.1.9 Variation totale	10
1.1.10 Courbes paramétrées	11
1.1.11 Module	11
1.1.12 Distance géodésique	11
1.1.13 δ -Suite de boules	12
1.1.14 Flot	12
1.2 Quelques résultats	13
1.3 Problèmes d'évolution du second ordre	14
1.4 Description de la méthode de résolution dans des espaces abstraits	15
1.4.1 Formulation du problème	15
1.4.2 Description de la méthode H.U.M	16
Bibliographie	19
2 Théorème d'unicité adapté au contrôle des solutions des problèmes hyperboliques	20
2.1 Introduction	20
2.2 Hypothèses et résultats	21
2.3 Commentaires	22

2.4	Application au problème du contrôle	23
2.5	Une version locale du théorème d'unicité	24

Bibliographie 39

3 Fonction de coût et approximation de l'énergie 40

3.1	Introduction	40
3.2	Hypothèses et résultats	41
3.3	Quelques estimations	43
3.4	Fonction de coût	43
3.5	Commentaires	44

Conclusion 71

Bibliographie 73

Annexe 74

Bibliographie 82