

**Université des sciences et de la technologie
Houari Boumediene.**



*Faculté de Mathématiques
Département d'Algèbre et Théorie des Nombres.*

Thèse

Présentée pour l'obtention du grade de **MAGISTER**

En : **MATHEMATIQUES**

Spécialité : **Algèbre et Théorie des Nombres.**

par :

Monsieur SADAoui Boualem

Thème

Q- courbes elliptiques avec p- isogénie

Soutenue le : 19/12/2002, devant la commission d'examen suivante:

Mr K. BETINA, *Professeur à USTHB.*

Mr M. ZITOUNI, *Professeur à USTHB.*

Mr A. KESSI, *Professeur à USTHB.*

Mr M. HACHAICHI, *Maître de conférences à USTHB.*

Mr M. O. HERNANE, *Chargé de cours à USTHB.*

Président

Directeur de thèse

Examineur

Examineur

Examineur

Sommaire

CHAPITRE I : Quelques notions sur les courbes elliptiques.

1- Structures d'une courbe elliptique.....	1
2- Transformations de l'équation de Weierstrass.....	2
3- Points singuliers.....	3
4- Invariant modulaire et isomorphismes d'une courbe elliptique...	13

CHAPITRE II : Groupe de Mordell- Weil d'une courbe elliptique.

1- Le groupe de Mordell- Weil d'une courbe elliptique E	17
1- Structure de groupe abélien sur l'ensemble $E(K)$ des points d'une courbe elliptique.....	17
2- Points de m - torsion d'une courbe elliptique E	19
2- Théorie des isogénies de courbes elliptiques.....	24
1- Description d'une isogénie.....	24
2- Multiplication complexe sur une courbe elliptique.....	27
3- Equations d'une isogénie de courbes elliptiques.....	28

CHAPITRE III : Réductions d'une courbe elliptique.

1- Valuations d'un corps.....	31
2- Courbes elliptiques et valuations non archimédiennes discrètes...	34
3- Réductions d'une courbe elliptique.....	36

CHAPITRE IV : Q - courbes 3- isogènes qui ont bonne réduction.

1- Structure d'une Q - courbe.....	42
2- Courbes et formes modulaires.....	42
3- Famille particulière de Q - courbes.....	45
4- Q - courbes E dont l'isogénie $E \rightarrow \sigma(E)$ est de degré 3.....	47

BIBLIOGRAPHIE