

THESE présentée  
pour l'obtention  
du  
DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE METZ

Spécialité : Mathématiques  
mention : Mathématiques Appliquées

par M<sup>me</sup> CHALLAL Samia

Sujet de la thèse :

HOMOGENEISATION DES EQUATIONS DE VISCOELASTICITE  
ET DE QUELQUES STRUCTURES DISCRETES

soutenue le 28/01/1994

devant la commission composée de :

M <sup>me</sup> J. Saint Jean Paulin	Directeur de thèse
M. G. Allaire	Rapporteur
M. D. Caillerie	Rapporteur
M. A. Brillard	Examineur
M <sup>me</sup> D. Cioranescu	Examineur

## PLAN

NOTATIONS . . . . .	1
INTRODUCTION . . . . .	3
I. CADRE ABSTRAIT . . . . .	10
I.1. Position du problème d'évolution . . . . .	10
I.2. Passage à la transformée de Laplace . . . . .	12
I.3. Position du problème stationnaire . . . . .	16
I.4. Hypothèses (H1) à (H6) . . . . .	19
I.5. Passage à la limite . . . . .	24
I.6. Correcteur pour le déplacement . . . . .	31
I.7. Estimation d'erreur . . . . .	37
II. CAS DES PETITS TROUS PÉRIODIQUEMENT RÉPARTIS EN VOLUME . . . . .	39
II.1. Description de la géométrie considérée . . . . .	39
II.2. Vérification des hypothèses (H1) à (H6) dans le cas des trous sphériques . . . . .	41
II.3. Vérification des hypothèses (H1) à (H6) dans le cas des trous de formes quelconque. . . . .	51
A - Cas de la dimension $n = 2$ . . . . .	51
B - Cas de la dimension $n \geq 3$ . . . . .	57
II.4. Estimation d'erreur . . . . .	65
III. CAS DES PETITS TROUS PÉRIODIQUEMENT RÉPARTIS DANS UN HYPERPLAN . . . . .	68
III.1. Description de la géométrie considérée . . . . .	68
III.2. Vérification des hypothèses (H1) à (H6) . . . . .	70
A - Cas de la dimension $n \geq 3$ . . . . .	70
B - Cas de la dimension $n = 2$ . . . . .	73
III.3. Estimation d'erreur . . . . .	76

IV. PROBLÈME LIMITE LORSQUE LA TAILLE DES TROUS AUGMENTE OU DIMINUE . . .	78
IV.1. Description de la géométrie considérée . . . . .	78
IV.2. Cas où la taille des trous diminue $a_\varepsilon \ll c_\varepsilon$ . . . . .	78
IV.3. Cas où la taille des trous augmente $a_\varepsilon \gg c_\varepsilon$ . . . . .	80
Estimation à priori . . . . .	80
Hypothèses (H1) à (H6) . . . . .	82
Vérification des hypothèses (H1) à (H6) . . . . .	86
A - Cas de la dimension $n \geq 3$ . . . . .	86
B - Cas de la dimension $n = 2$ . . . . .	92
Passage à la limite . . . . .	101
V. AUTRES APPLICATIONS . . . . .	107
V.1. Problème de la Chaleur avec de petits trous . . . . .	108
V.2. Problème des Ondes avec de petits trous . . . . .	114
V.3. Problème de l'élasticité avec de petits trous . . . . .	120
CONCLUSION . . . . .	122
Annexe A . . . . .	123
Annexe B . . . . .	131
Annexe C . . . . .	138
Annexe D . . . . .	143
Annexe E . . . . .	150
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES. . . . .	155