

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOHAMMED KHIDER BISKRA
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DES MATHEMATIQUE

Mémoire

*Présenté en vue de J'obtention du diplôme de
Magister en Mathématiques*

(Option: Analyse Mathématique)

Intitulé

Arithmétique en Virgule Flottante et Méthodes de Correction

Présenté Par

BENABBA FADHILA

Soutenu le / / 2005 ,devant. le Jury composé de :

Pr Brahim MEZERDI (Prof. à l'Université de Biskra)
Dr Lamine MELKEMI (M. C. à l'Université de Batna)
Dr Said BAHLALI (M. C. à l'Université de Biskra)
Dr Abdelkader ZIADI (M. C. à l'Université de Sétif)

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur

Année Universitaire: 2005/2006

مختصر.- (الحساب بالأعداد ذات الفاصلة المتحركة و الطرق التصحيحية)

في هذه المذكرة نهتم بالحساب التقريبي بواسطة الأعداد المكتوبة بالفاصلة المتحركة مع الدقة المنتهية. نتعرض إلى النموذج المعروف و إلى كيفية إنجاز العمليات الأولية. نشير إلى أن النظام الذي سنقدمه هو المعمول من طرف كل الحواسيب. نهتم بعدها بالطرق التصحيحية- التي تترصد بقدر الإمكان وبالشكل الذي سنبينه- الأخطاء المتراكمة في مراحل الطريقة الأولى. لقد تبين كما سنرى- أن هذا المنهج يؤدي في أغلب الأحيان إلى تحسينات مفيدة في النتائج التقريبية المتحصل عليها من ذي قبل.

Abstract.- (Floating-point Arithmetic and correction methods)

In this memory we are interested to the floating-point arithmetic with finite precision. We present the different numerical aspects such as overflow, rounding and the standard model. Then we consider the correction methods that attempt to gather the rounding errors accumulated in the different steps of the first method. It turns out, as we will see, that such an approach often leads to important improvements in the yet obtained computed results.

Résumé-

Dans ce mémoire nous nous intéressons d'abord à l'arithmétique en virgule flottante avec précision finie. Nous présentons les différents aspects numériques comme les dépassements, les arrondis et le modèle standard. Ensuite nous considérons les méthodes de correction qui tentent de rassembler les erreurs d'arrondi accumulées dans les étapes de la première méthode. Il s'est avéré que cette approche conduit le plus souvent à d'importantes améliorations dans les solutions approchées déjà obtenues.

SOMMAIRE

Chapitre 1	
Introduction	01
Chapitre 2	
Représentation des nombres	06
2.1. Codage et système de numération	06
2.2. Représentation en virgule flottante des nombres réels	10
2.3. Représentation des nombres avec précision finie	14
Chapitre 3	
Arrondi et analyse de l'erreur	21
3.1. Les différents types d'arrondi	21
3.2. Situations de dépassement	32
3.3. Erreur relative et ulp	36
3.4. Opérations flottantes de base et modèle standard	47
3.5. Analyse de l'erreur	52
3.6. Opérations élémentaires avec récupération de l'erreur	61
Chapitre 4	
Méthodes de correction pour les récurrences linéaires	69
4.1. Méthodes usuelles de sommation	69
4.2. Méthode récursive pour la sommation	70
4.3. Méthode parallèle pour la sommation	73
4.4. Méthodes de compensation	76
4.5. Amélioration itérative et produit scalaire	82
4.6. Calcul précis des récurrences linéaires	87
Chapitre 5	
Méthode de l'amélioration itérative	95
5.1. Méthode de correction et méthode de Newton Raphson	96
5.2. Méthode de l'amélioration itérative	99
5.3. Méthode de correction pour les systèmes Toeplitz	102
Chapitre 6	
Conclusion et perspectives	120
Références bibliographiques	121