

**République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique.**

Université du Colonel *EL HADJ LAKHDAR * Batna.

Mémoire

Présentée pour obtenir le diplôme de

Magister

En Mathématiques

Thème

**Etude de l'existence globale et comportement à l'infini
des solutions de certains systèmes de réaction-diffusion**

Option : *Mathématiques Appliquées*

Par

Soltani Siham

Soutenue le 23/05 / 2007 ,devant le jury :

**Président : S.E.REBIAI
Rapporteur : L.MELKEMI
Examineur : A.YOUKANA
Examineur : S. BAHLALI**

**Prof Université de Batna
M.C Université de Batna
M.C Université de Batna
M.C Université de Biskra**

Table des matières

1	Rappels préliminaires	6
1.1	Espaces de Sobolev	7
1.2	Problème de Cauchy	8
1.3	Rappels sur les semi groupes et les opérateurs m-dissipatifs	9
1.4	Formule de Green	10
1.5	Lemme de Gronwall	11
1.6	Le principe de maximum	11
1.6.1	Le signe des solutions	12
1.6.2	Le bornage des solutions	15
1.6.3	Le critère de comparaison	18
2	Etude d'une classe de systèmes de réaction-diffusion	21
2.1	Position du problème	22
2.2	signe des solutions	22
2.3	Théorème d'existence locale	24
2.4	Estimations préliminaires	27
3	L'existence globale et le bornage uniforme des solutions	39
3.1	Théorème d'existence globale	40

3.2	Théorème de bornage uniforme	45
4	Comportement à l'infini des solutions globales	54
4.1	Les systèmes dynamiques	55
4.2	Les fonctions de Liapunov	59
4.3	Les points d'équilibre	61
4.4	Comportement asymptotique d'un problème épidémiologique	62

Résumé

Dans notre travail, on s'est intéressé à l'étude des systèmes de réaction-diffusion.

A travers ce thème, on a essayé l'étude ci après :
D'abord, la possibilité d'existence globale des solutions.
Ensuite, la possibilité de réaliser le bornage uniforme des solutions globales.
Enfin, on étudie le comportement asymptotique des solutions globales .

Pour réaliser l'existence globale et le bornage uniforme d'un système on a considéré un autre système défini sur l'espace dual de l'espace proposé, ceci nous a permis de conclure des lemmes et des remarques de grands intérêt.

De même la connaissance d'autres notions de :
Systèmes dynamiques, fonctions de Liapunov et les points d'équilibre, ont un rôle dans la compréhension du comportement des solutions globales lorsque le temps t converge vers l'infini.

Les mots clés :

- Réaction-diffusion.
- Fonctions de Liapunov.
- Systèmes d'évolution.